UNIVERSITATEA
„ALEXANDRU IOAN CUZA"
din IAŞI

# Obiecte compacte exotice în astrofizică

CSIII dr. Cristian Stelea
Institutul de Cercetări Interdisciplinare, Iași

# Educație și formare

- 1993 - 1997 Licență în fizică, Facultatea de Fizică, UAIC
- 1997 - 1999 Masterat în Teoria Fenomenelor neliniare, Facultatea de Fizică, UAIC
- 2000 - 2002 Masterat în Fizica Energiilor Înalte, National University of Singapore, Singapore
- 2002 - 2006 Doctorat în Fizică, University of Waterloo, Waterloo, Canada
- 2007 - 2009 Studii postdoctorale la University of British Columbia, Vancouver, Canada
- 2010 - 2013 Studii postdoctorale POSDRU, UAIC
- 2014 - 2015 Studii postdoctorale la University of Aveiro, Aveiro, Portugal
- 2014 - Cercetător științific III la Facultatea de Fizică, UAIC - din 2020 la ICI, UAIC

# Domenii de cercetare

- Gravitație și Teoria Relativității Generale
- soluții ale ecuațiilor Einstein în 4d  și spații cu dimensiuni extinse
- metode de generare de soluții exacte ale ecuațiilor Einstein
- fizica găurilor negre
- obiecte compacte exotice: stele neutronice, magnetari, găuri de vierme

# Ce este spațiu-timpul?

- În fizică, pentru a descrie poziția unui punct în spațiu folosim 3 coordonate spatiale (Descartes) si o coordonată temporală (pentru a descrie timpul).

- În 1905, Einstein a publicat articolul revoluționar privind teoria relativității speciale. Viteza luminii c este viteza limită pentru orice corp material.

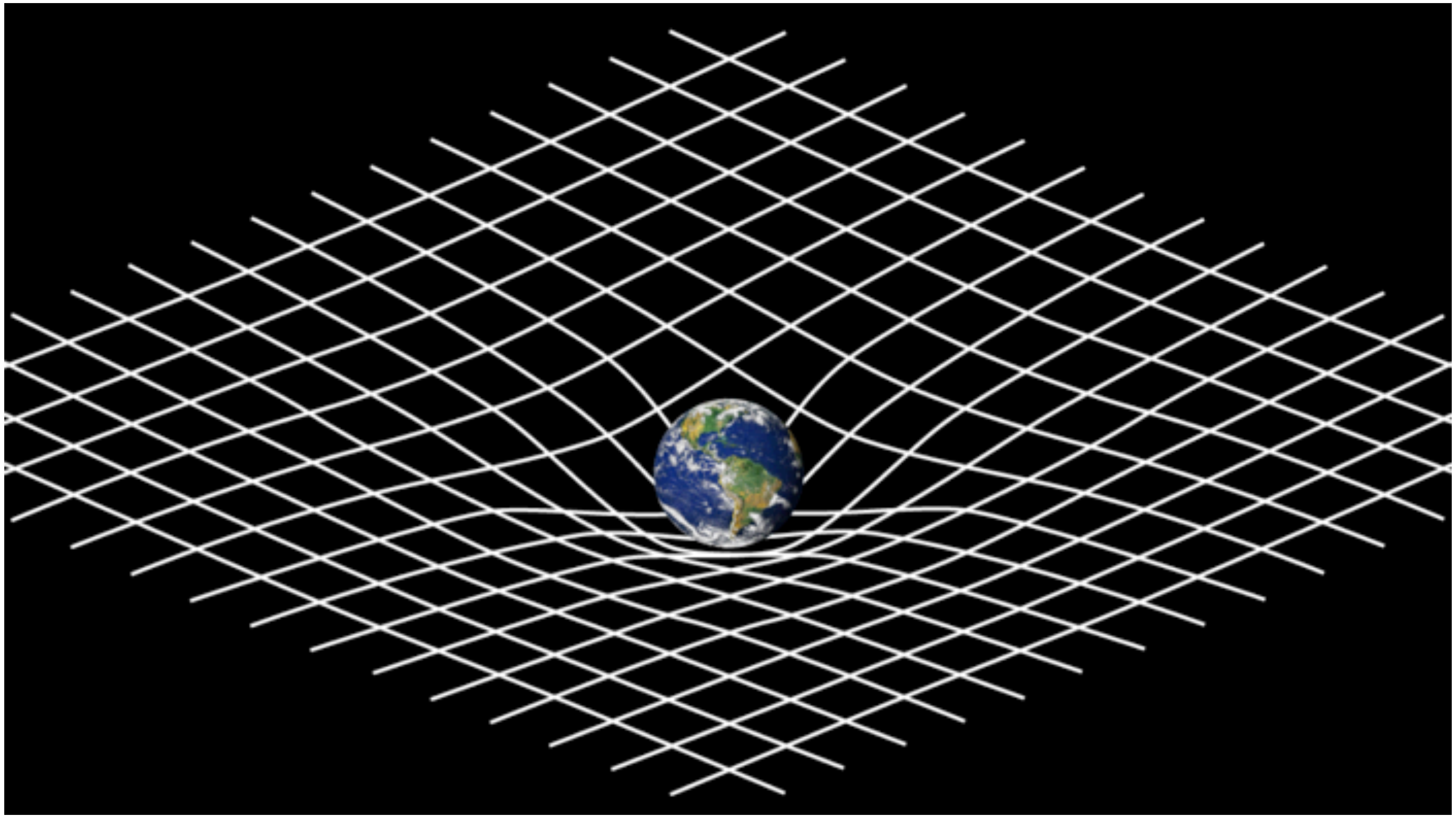
- În 1907, Hermann Minkowski a dat o interpretare mai naturală a teoriei relativității speciale, folosind un spațiu-timp 4 dimensional, a cărui puncte sunt descrise de coordonate de genul (t, x, y, z). Un astfel de punct corespunde unui eveniment spațio-temporal.

$$(\Delta s)^2 = -(c\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

# Spațiu-timpul în Teoria Relativității Generale

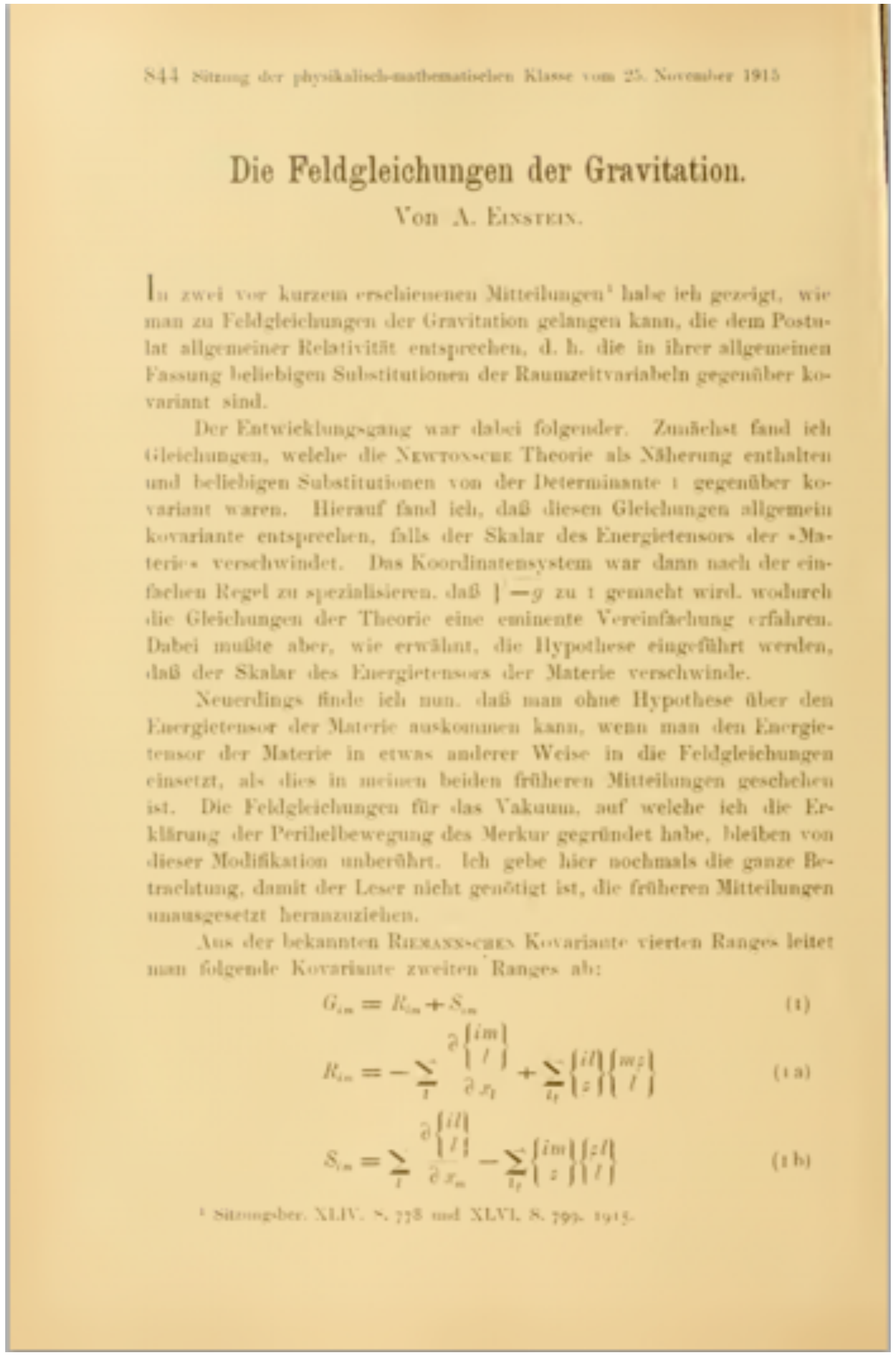
- Pentru a descrie fizica în sisteme accelerate avem nevoie de teoria relativității generale a lui Einstein (TRG)

- Spațiu-timpul nu mai este fixat, ci  devine responsiv, poate fi curbat în prezența materiei



# Spațiu-timpul în Teoria Relativității Generale

- În 1915, Einstein a publicat articolul în care a introdus teoria relativității generale
- "Masa acționează asupra spațiu-timpului - îi spune cum să se curbeze. Spațiu-timpul acționează asupra masei - îi spune cum să se miște " (John Wheeler)
- Ecuația Einstein $$G_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}$$



844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915

## Die Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. Einstein.

In zwei vor kurzem erschienenen Mitteilungen[1] habe ich gezeigt, wie man zu Feldgleichungen der Gravitation gelangen kann, die dem Postulat allgemeiner Relativität entsprechen, d. h. die in ihrer allgemeinen Fassung beliebigen Substitutionen der Raumzeitvariabeln gegenüber kovariant sind.

Der Entwicklungsgang war dabei folgender. Zunächst fand ich Gleichungen, welche die Newtonsche Theorie als Näherung enthalten und beliebigen Substitutionen von der Determinante 1 gegenüber kovariant waren. Hierauf fand ich, daß diesen Gleichungen allgemein kovariante entsprechen, falls der Skalar des Energietensors der »Materie« verschwindet. Das Koordinatensystem war dann nach der einfachen Regel zu spezialisieren, daß $\sqrt{-g}$ zu 1 gemacht wird, wodurch die Gleichungen der Theorie eine eminente Vereinfachung erfahren. Dabei mußte aber, wie erwähnt, die Hypothese eingeführt werden, daß der Skalar des Energietensors der Materie verschwinde.

Neuerdings finde ich nun, daß man ohne Hypothese über den Energietensor der Materie auskommen kann, wenn man den Energietensor der Materie in etwas anderer Weise in die Feldgleichungen einsetzt, als dies in meinen beiden früheren Mitteilungen geschehen ist. Die Feldgleichungen für das Vakuum, auf welche ich die Erklärung der Perihelbewegung des Merkur gegründet habe, bleiben von dieser Modifikation unberührt. Ich gebe hier nochmals die ganze Betrachtung, damit der Leser nicht genötigt ist, die früheren Mitteilungen unausgesetzt heranzuziehen.

Aus der bekannten Riemannschen Kovariante vierten Ranges leitet man folgende Kovariante zweiten Ranges ab:

$$G_{im} = R_{im} + S_{im} \tag{1}$$

$$R_{im} = -\sum_l \frac{\partial \begin{Bmatrix} i m \\ l \end{Bmatrix}}{\partial x_l} + \sum_{l\rho} \begin{Bmatrix} i l \\ \rho \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m \rho \\ l \end{Bmatrix} \tag{1a}$$

$$S_{im} = \sum_l \frac{\partial \begin{Bmatrix} i l \\ l \end{Bmatrix}}{\partial x_m} - \sum_{l\rho} \begin{Bmatrix} i m \\ \rho \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho l \\ l \end{Bmatrix} \tag{1b}$$

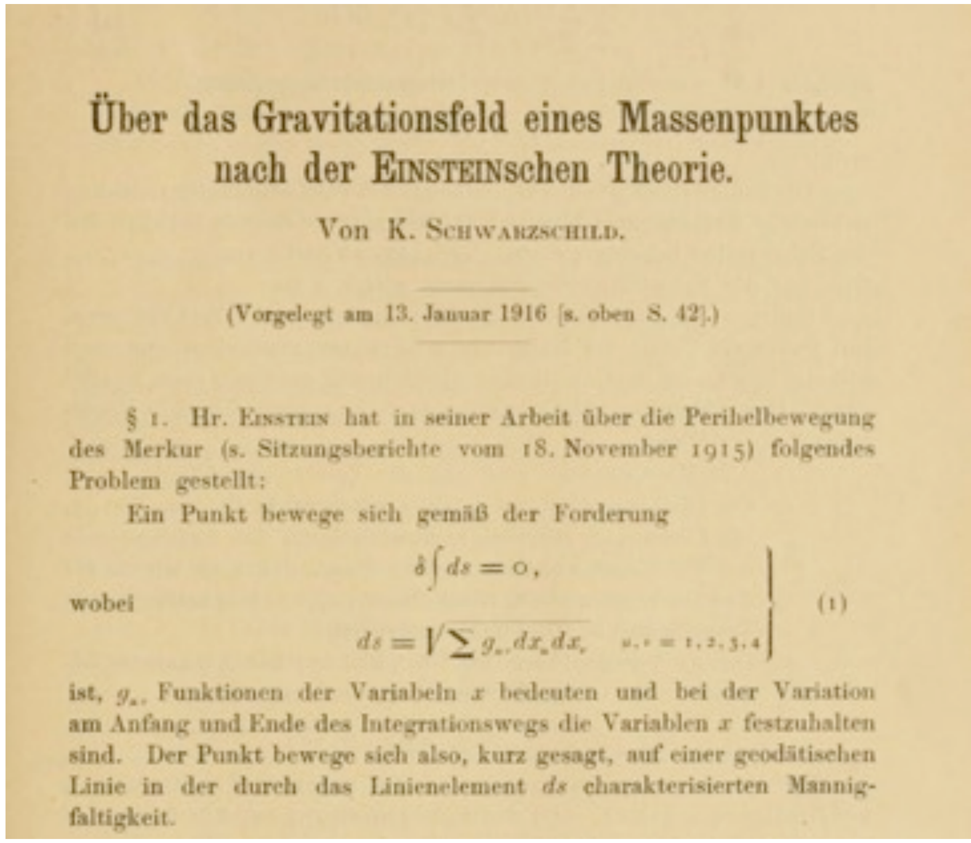
[1] Sitzungsber. XLIV, S. 778 und XLVI, S. 799, 1915.

# Geodezice în spațiu-timp

- În TRG obiectele libere se mișcă pe geodezice = curbe în spațiile curbate care sunt asemănătoare liniilor drepte din spațiul tridimensional obișnuit
- Linia dreaptă este linia cu lungimea minimă ce unește 2 puncte din spațiu. Într-un spațiu-timp curbat geodezicele sunt definite ca fiind curbele a căror lungime este un extremum (maxim sau minim).
- Pentru a calcula aceste curbe avem nevoie de o metrică
- Ecuațiile Einstein ne spun cum să calculăm metrica, apoi determinăm geodezicele pentru spațiul respectiv

# Metrica unei găuri negre

- În 1916, Schwarzschild a publicat o soluție exactă a ecuației Einstein ce descrie metrica pentru un corp izolat, cu masă M, cu simetrie sferică



**Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie.**

Von K. Schwarzschild.

(Vorgelegt am 13. Januar 1916 [s. oben S. 42].)

§ 1. Hr. Einstein hat in seiner Arbeit über die Perihelbewegung des Merkur (s. Sitzungsberichte vom 18. November 1915) folgendes Problem gestellt:

Ein Punkt bewege sich gemäß der Forderung

$$\delta \int ds = 0,$$

wobei (1)

$$ds = \sqrt{\sum g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu} \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4$$

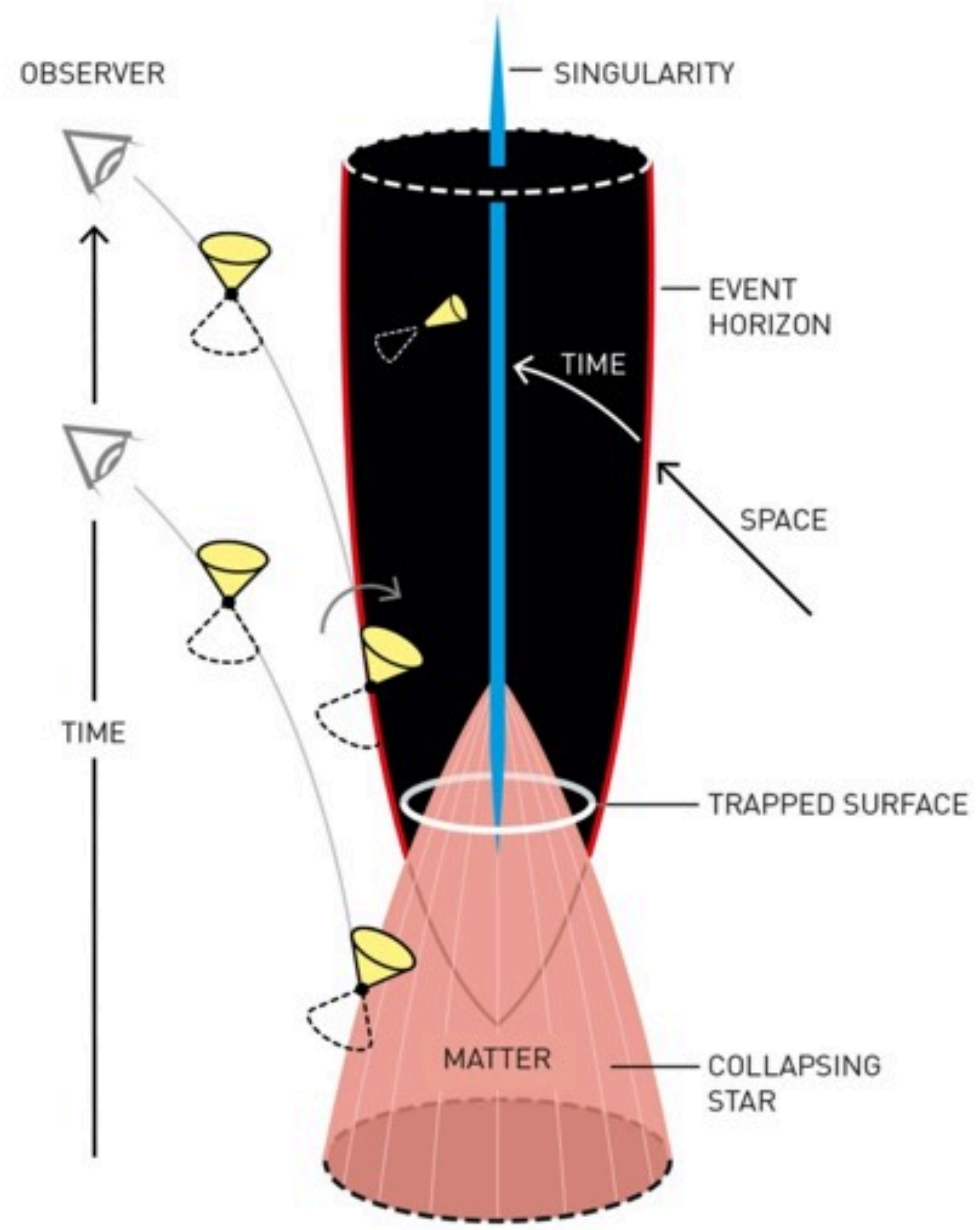
ist, $g_{\mu\nu}$ Funktionen der Variabeln $x$ bedeuten und bei der Variation am Anfang und Ende des Integrationswegs die Variablen $x$ festzuhalten sind. Der Punkt bewege sich also, kurz gesagt, auf einer geodätischen Linie in der durch das Linienelement $ds$ charakterisierten Mannigfaltigkeit.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Masa curbează nu numai spațiul ci și timpul!

# Formarea unei găuri negre

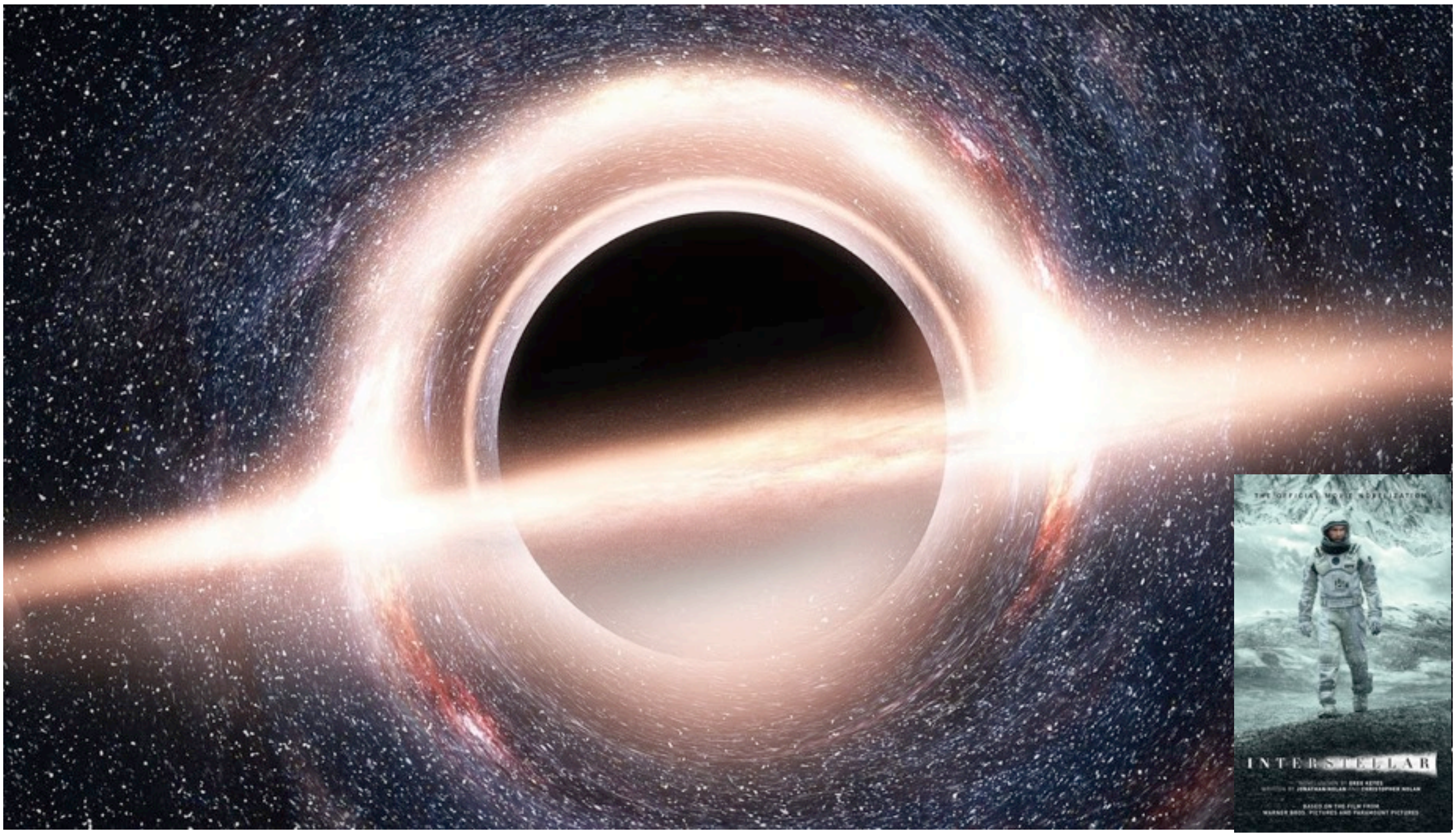
- În vecinătatea unei găuri negre orientarea conurilor luminoase se schimbă



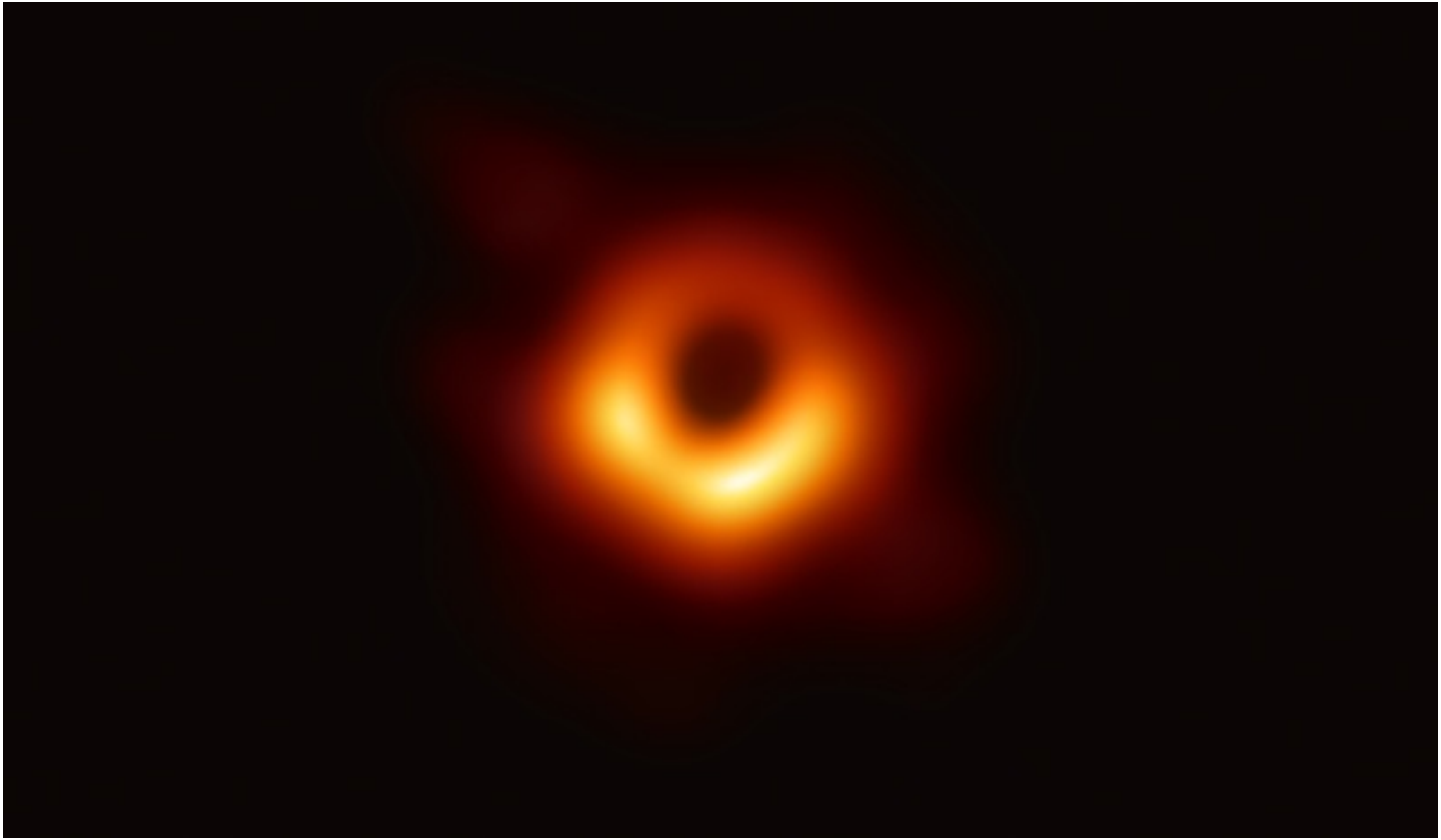
# Premiul Nobel pentru Fizică în 2020

# Cum arată o gaură neagră?

- O imagine realistă a fost construită (matematic) în filmul Interstellar (2014)



# Cum arată o gaură neagră în realitate?



# Efecte cuantice în vecinătatea unei găuri negre

- La începutul anilor 1970, Stephen Hawking a arătat că găurile negre nu sunt chiar negre folosind teoria cuantică a câmpurilor
- Găurile negre au atât entropie, cât și temperatură

$$S = \frac{Akc^3}{2\hbar G} \qquad T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GkM}$$

- O gaură neagră cu masa $M_S$ are o temperatură de 60 nK!
- O înțelegere mai profundă a găurilor negre cuantice ar putea fi realizată în cadrul Gravitației Cuantice (String Theory?)

# Direcții de cercetare

- În cadrul studiilor doctorale am obținut și studiat o serie de noi soluții ale ecuațiilor Einstein în spații cu 4 și mai multe dimensiuni care descriu găuri negre cu sarcini de tip NUT
- în 4 dimensiuni am obținut o soluție exactă ce descrie o gaură neagră cu sarcină NUT care se mișcă accelerat
- În spații cu d>4 am descoperit o clasă de soluții ce conțin sarcini NUT multiple (spații cu dimensiuni pare și impare)
- Am obținut o generalizare o soluțiilor ce conțin sarcini NUT cât și sarcini electrice
- Medalia “W. B. Pearson” (Waterloo University) (2007)

# Direcții de cercetare

- În cadrul studiilor postdoctorale (la UBC și UAIC) am dezvoltat o metodă originală de generare de noi soluții exacte ale ecuațiilor Einstein cu simetrie axială
- Am obținut și studiat noi clase de soluții exacte ce descriu configurații de găuri negre statice, încărcate electric, în prezența unor câmpuri scalare în 4 și 5 dimensiuni (2xRN, black Saturn, etc.)
- În 2017 am primit premiul "Ștefan Procopiu" acordat de Academia Română pentru lucrarea "*Thermodynamics of non-extremal Kaluza-Klein multi-black holes in five dimensions*".

# Obiecte compacte în astrofizică

- O altă  motivație pentru studiul fizicii găurilor negre provine din detecția experimentală (din 2016) a undelor gravitaționale (aLIGO) emise de un sistem binar de găuri negre. Au fost detectate și unde gravitaționale ce provin din sisteme binare formate din stele neutronice (NS-NS), cât și sisteme formate din stele neutronice și găuri negre (NS-BH)

- Stelele neutronice (SN) provin din evoluția stelelor masive care explodează în supernove. Miezul stelei colapsează și formeaza fie o stea neutronică, fie o gaură neagră

- SN sunt obiecte extrem de compacte cu mase de 1 - 2 $M_s$ and raza de 10 - 15 km

- SN au fost descoperite ca Pulsari de Jocelyn Bell și Antony Hewish în 1967 ( prezise de Baade and Zwicky în 1934)

- NS au densități peste densitatea nucleară și câmpuri magnetice uriașe

# Modelarea obiectelor compacte în TRG

- Trebuie să rezolvăm ecuațiile Einstein-Maxwell cuplate cu o sursă de tip fluid
- Oppenheimer & Snyder (1939) - colapsul gravitațional al sistemelor cu simetrie sferică
- Pentru SN datorită câmpului magnetic va trebui să considerăm sisteme relativiste anizotrope cu simetrie axială
- În prezența rotației, direcția momentului de dipol magnetic poate fi diferită de axa de rotație - soluția este nestaționară și conduce la emisia undelor electromagnetice și gravitaționale!
- Pentru un sistem realistic putem obține doar soluții numerice

# Modelarea obiectelor compacte în TRG

- Un model simplu neperturbativ care să descrie un model mai realistic de stele neutronice a fost propus de Yazadjiev (2011)
- Acest model se bazează pe o metodă de a genera soluții exacte interioare pentru ecuațiile Einstein-Maxwell cuplate cu un fluid perfect
- Anizotropia apare datorită interacțiunii dintre un câmp magnetic poloidal și fluidul ce compune steaua neutronică
- Această metodă a fost ulterior generalizată

# Modelarea obiectelor compacte în TRG

- Pornind de la o soluție interioară anizotropă a ecuațiilor Einstein

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T^0_{\mu\nu},$$

unde

$$ds^2 = -g_{tt}(r)dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2).$$

$$T^0_{\mu\nu} = (\rho^0 + p^0_t)u^0_\mu u^0_\nu + p^0_t g^0_{\mu\nu} + (p^0_r - p^0_t)\chi^0_\mu \chi^0_\nu.$$

- atunci soluția finală cu câmp magnetic este:

$$ds^2 = \Lambda^2\left[ - g_{tt}(r)dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + r^2 d\theta^2\right] + \frac{r^2\sin^2\theta}{\Lambda^2}d\varphi^2, \quad \Lambda = 1 + \frac{B_0^2}{4}r^2\sin^2\theta,$$

$$A_\varphi = \frac{B_0}{2}\frac{r^2\sin^2\theta}{\Lambda}, \qquad \rho = \frac{\rho^0}{\Lambda^2}, \quad p_\theta = \frac{p^0_t}{\Lambda^2}, \quad p_r = \frac{p^0_r}{\Lambda^2}, \quad j_\varphi = (\rho - p_r)\frac{B_0 r^2\sin^2\theta}{\Lambda^2},$$

care este o soluție exactă a ecuațiilor Einstein-Maxwell cuplate cu un fluid anisotropic:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T^{EM}_{\mu\nu} + 8\pi T^{af}_{\mu\nu}, \qquad F^{\mu\nu}_{;\nu} = 4\pi J^\mu$$

# Modelarea obiectelor compacte în TRG

- Tensorul stress-energie al fluidului anisotrop este:

$$T^{af}_{\mu\nu} = (\rho + p_t)u_\mu u_\nu + p_t g_{\mu\nu} + (p_r - p_t)\chi_\mu\chi_\nu + \sigma\zeta_\mu\zeta_\nu,$$

- el conține o contribuție anisotropă a câmpului magnetic

$$\sigma = -(\rho - p_r)\frac{B_0^2 r^2 \sin^2\theta}{2\Lambda},$$

- Anizotropia indusă de câmpul magnetic conduce la violarea condiției $p_\varphi = p_\theta = p_t$ (datorată simetriei sferice a soluției inițiale) și acum presiunile transversale sunt diferite

$$p_\varphi = p_\theta + \sigma \leq p_\theta$$

# Modelarea obiectelor compacte în TRG

- Putem generaliza aceste rezultate folosind o sursă de fluid cu simetrie axială

$$ds^2 = -A(r,\theta)^2 dt^2 + B(r,\theta)^2(dr^2 + r^2 d\theta^2) + D(r,\theta)^2 d\varphi$$

modelată de un fluid general

$$T^0_{\mu\nu} = \rho^0 u_\mu u_\nu + p^0_r \chi_\mu \chi_\nu + p^0_\theta \xi_\mu \xi_\nu + p^0_\varphi \zeta_\mu \zeta_\nu + 2p^0_{r\theta}\chi_{(\mu}\xi_{\nu)}$$

- Atunci metrica magnetizată devine:

$$ds^2 = \Lambda^2\big[-A(r,\theta)^2 dt^2 + B(r,\theta)^2(dr^2 + r^2 d\theta^2)\big] + \frac{D(r,\theta)^2}{\Lambda^2} d\varphi$$

potențialul em este $A_\varphi = \dfrac{B_0 D(r,\theta)^2}{2\Lambda}$ și 4-curentul

$$j_\varphi = (\rho - p_r - p_\theta + p_\varphi)\,\frac{B_0 D(r,\theta)^2}{\Lambda^2}$$

# Modelarea obiectelor compacte în TRG

- tensorul stress-energie al fluidului:

$$T_{\mu\nu}^{fluid} = \rho u_\mu u_\nu + p_r \chi_\mu \chi_\nu + p_\theta \xi_\mu \xi_\nu + (p_\varphi + \sigma)\zeta_\mu \zeta_\nu + 2p_{r\theta}\chi_{(\mu}\xi_{\nu)}$$

unde am definit:

$$\rho = \frac{\rho^0}{\Lambda^2}, \quad p_r = \frac{p_r^0}{\Lambda^2}, \quad p_\theta = \frac{p_\theta^0}{\Lambda^2}, \quad p_\varphi = \frac{p_\varphi^0}{\Lambda^2}, \quad p_{r\theta} = \frac{p_{r\theta}^0}{\Lambda^2}$$

$$\sigma = -\left(\rho - p_r - p_\theta + p_\varphi\right)\frac{B_0 D(r,\theta)^2}{\Lambda} \qquad \Lambda = 1 + \frac{B_0^2 D(r,\theta)^2}{4}$$

Aceasta este cea mai generală soluție statică cu simetrie axială cu câmpuri magnetice poloidale și surse de fluid generale.

# Direcții de cercetare

- Începând cu 2017 am inițiat un studiu al propagării campurilor scalare (descrise de ecuația Klein-Gordon) și al campurilor spinoriale (soluții ale ecuațiilor Dirac) în prezența unor stele neutronice și găuri negre
- În unele cazuri solutiile ecuațiilor de mai sus se pot aproxima folosind functiile Heun generale
- Tehnica de rezolvare a ecuațiilor Einstein-Maxwell cuplate cu un fluid anisotrop poate fi extinsă în cazul campurilor electrice
- Rotația poate fi introdusă în mod perturbativ
- Modele stelare în spații cu dimensiuni extinse (de tip Kaluza-Klein)

Vă mulțumesc pentru atenție!